

散乱媒質の反射・透過分布の計算と補間処理

新谷 幹夫[†](正会員) 白石 路雄[†](正会員) 土橋 宜典^{††}
 岩崎 慶^{†††} 西田 友是^{††††}(正会員)

† 東邦大学
 †† 北海道大学
 ††† 和歌山大学
 †††† 東京大学

あらまし 散乱物質の質感表現は写実的な画像生成において重要な課題である。本研究では、散乱物質の反射・透過特性の算出および補間手法を論ずる。まず、plane-parallel 散乱理論に基づいて均質散乱媒体に対する双方向反射・透過関数 (BRDF・BTDF) の解析的計算方法を概説し、次いで多層膜媒質への拡張を論ずる。さらに、アルベド等の散乱パラメータや媒質の厚さによる BRDF・BTDF の変化を分析し、補間手法および補間テーブルの作成法を考察する。

キーワード：コンピュータグラフィックス、画像生成、反射特性、表面下散乱

Summary Rendering scattering materials is an important issue in realistic rendering. This paper describes calculation and interpolation methods of BRDFs/BTDFs (Bi-directional Reflectance/Transmittance Distribution Functions) of scattering materials. We introduced the plane-parallel scattering theory, which enables us analytic calculation of BRDFs/BTDFs of uniform scattering materials. We analysed calculated BRDFs/BTDFs and proposed their interpolation methods against scattering parameters and width of scattering materials.

Key words: Computer Graphics, rendering, reflectance properties, subsurface scattering

1. はじめに

グラフィックス処理能力の向上、画像表示の高精細化・大画面化などにより、CGにはより繊細な表現が求められ、散乱現象などによる柔らかな光の表現がますます重要となってきている。例えば、肌や飲食物では、物体の表面下で光が散乱する表面下散乱が質感表現の上で重要であり、活発に研究が続けられている。

散乱物質の1点に入射光を照射すると、その周辺の表面から散乱光が射出する。この分布を BSSRDF (Bi-directional Subsurface Scattering Reflectance Distribution Function) と呼ぶ。BSSRDF は双極子モデルで近似的に計算したり^{1),2)}、測定により求められる³⁾。BSS-

RDF は散乱系を線形システムと考えた場合のインパルス応答であり、入射光分布を BSSRDF で畳み込み積分することで、反射光が計算される。

BSSRDF の拡がりや散乱過程の空間的なスケールの目安を表す。このスケールの範囲で、法線などの幾何学属性や照明光が一定と見なせる場合は、BSSRDF の畳み込み積分は空間的に一定値となり、反射点における法線・入射光分布により決まる⁴⁾。すなわち、一般の表面反射のシェーディングと同様に、BRDF (Bidirectional Reflectance Distribution Function) によりレンダリングが可能となる。厚さが一定で境界面が平面である均質な散乱媒質の BRDF は、方向を離散化し固有値分解することで解析的に求めることができる。これは plane-parallel 理論として知られている⁵⁾。Stam⁶⁾、Wang ら⁷⁾はこの理論を画像生成に導入し、肌や葉の透過モデルを提案した。

本研究では、より一般的な状況における散乱媒質のレンダリングを可能とするため、以下の場合における、反射・透過特性の算出、補間方法を提案する。

“Calculation and Interpolation of Reflectance and Transmittance Distribution of Scattering Materials” by Mikio SHINYA, Michio SHIRAIISHI, (Members) (Toho University), Yoshinori DOBASHI, (Hokkaido University), Kei IWASAKI, (Wakayama University), and Tomoyuki NISHITA, (Member) (The University of Tokyo).

表 1 主な記号.

σ_s	散乱係数	I	強度
σ_a	吸収係数	D	光源方向の光学深度
σ_t	減衰係数 ($\sigma_s + \sigma_a$)	ρ	密度
α	アルベド (σ_s / σ_t)	$\bar{\alpha}$	平均アルベド
p	位相関数	Ω	単位球
g	p の平均方向余弦	x	位置
σ'_t	$\sigma_t - g\sigma_s$	s	方向

- 絵の具を紙に塗るなどのように、複数層の散乱媒質からなる場合、
- 模様やしみなどのように、散乱特性が連続的に変化する場合の処理、
- 油絵の具などのように、厚さが変化する場合

具体的には、parallel-plane 理論における境界条件を用いた結合理論を導入し、多層膜に対する BRDF 算出法および近似法を示す。ついで、媒質の散乱特性や厚さに対する BRDF の変化を分析し、反射率・透過率に基づく補間が有効であることが示す。さらに、この補間処理に基づく補間テーブル作成の指針を示す。これにより、より写実的な画像生成を行うための基本技術を提供する。

2. 単層での反射・透過特性

本節では、層状均質媒質における散乱理論を示す。使用する主な記号を表 1 に示す。

2.1 基本方程式と離散化

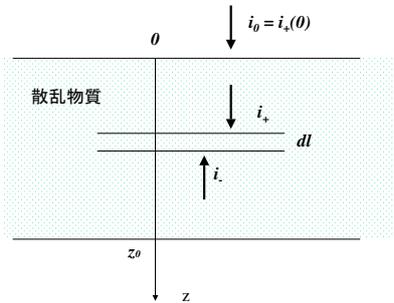


図 1 層状均質媒体.

位置 x における s 方向の散乱光場 $I(x, s)$ は、次のポリュームレンダリング方程式で記述される。

$$(\nabla \cdot s)I(x, s) = -\sigma_t I + \sigma_s \int_{\Omega} p(s, s')I(x, s')ds' \quad (1)$$

ここで、方向 s' に関する積分は単位球面 Ω 上で行う。 p は位相関数であり、Henyey-Greenstein の式、

$$p(s, s') = (1/4\pi)(1-g^2)/(1-2g(s \cdot s') + g^2)^{3/2} \quad (2)$$

などで表される。ここで、 g はパラメータで平均方向余弦に等しい。

さて、図 1 に示すように、散乱媒質が層状均質で照明も均一である場合には、散乱光は深さ z と方向 s のみの関数となる。式 (1) の ∇ は z に関する常微分に置き換わるので、次の線形方程式を得る。

$$\cos \theta dI(z, s)/dz = -\sigma_t I + \sigma_s \int_{\Omega} p(s, s')I(z, s')ds' \quad (3)$$

ただし、 θ は s と z 軸のなす角である。

Hanrahan らはこの方程式をモンテカルロ法を用いて解き、BRDF を算出した⁴⁾。しかし、方向に関する離散化を行えば、固有値解析により解が求められることが知られている⁵⁾。角度方向の離散化は、以下のように行われる。まず、球面上の適当な直交関数系 $\phi_j(s)$ を用いて散乱光 I を

$$I(z, s) = \sum_j^N I_j(z)\phi_j(s)$$

と表す。これを式 (3) に代入し、 $\phi_i(s)$ を両辺に掛けて球面積分すれば離散化され、連立常微分方程式系を得ることができる。

直交関数系としては球面調和関数などを用いることもできるが、本研究では分析を直感的にするため、以下のような単純な系を用いる。すなわち、上側半球・下側半球をそれぞれ $N/2$ 個の立体角 $|\Omega_j|$ の小領域 Ω_j に分割し、 ϕ_j を

$$\phi_i(s) = \begin{cases} 1/|\Omega_i| & (s \in \Omega_i) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

とする。この場合、 I_j は小領域 Ω_j における算術平均となる。この関数系を用いると、離散化された散乱方程式は

$$k_i(d/dz)I_i(z) = -\sigma_t + \sigma_s \sum_j p_{ij}I_j(z) \quad (4)$$

$$k_i = \int \phi_i(s) \cos \theta ds$$

$$p_{ij} = \int \int p(s, s')\phi_j(s')\phi_i(s)dsds'$$

となる。

2.2 固有解

1 階線形常微分方程式系 (4) は、固有値分解することで解析的に解くことができる。簡単のため、 I_j を要素とするベクトル I で強度分布を表すこととし、行列 K, P, Q を

$$K = \begin{pmatrix} k_1 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & k_N \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N1} & \dots & p_{NN} \end{pmatrix}$$

$$Q = K^{-1}(-\sigma_t + P)$$

と置き、 Q を固有値分解する。

$$V^{-1}QV=\Lambda$$

$$V=\begin{pmatrix} v_1 & \dots & v_N \end{pmatrix}$$

$$\Lambda=\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_N \end{pmatrix}$$

ここで、 v_i, λ_i はそれぞれ Q の固有ベクトルと固有値である。これを用いると、式 (4) は、

$$(d/dz)\tilde{I}=\rho\Lambda\tilde{I}$$

$$\tilde{I}=V^{-1}I$$

と変形できる。第 j 行を取り出すと、

$$d\tilde{i}_j/dz = \lambda_j\tilde{i}_j$$

なので、

$$\tilde{i}_j(z)=c_j \exp(\lambda_j d(z)) \quad (5)$$

$$d(z)=\int_0^z \sigma_t(z')dz'$$

と解ける。式 (5) を固有解と呼ぶことにする。係数 c_j を境界条件から決定すれば、深さ z における強度分布は

$$I(z)=V\tilde{I}(z)$$

$$=\sum_j c_j \exp(\lambda_j d(z))v_j \quad (6)$$

と求められる。

2.3 境界条件

境界条件の扱いを容易にするため、強度分布を、 z 軸に関して正方向、負方向に分け、それぞれを i_+, i_- と置く (図 1) また、

$$I = \begin{pmatrix} i_+ \\ i_- \end{pmatrix}$$

とする。

すると、入射光分布を i_0 とすれば、

$$I(z)=V \begin{pmatrix} \exp(\lambda_1 z) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \exp(\lambda_N z) \end{pmatrix} F^{-1} \begin{pmatrix} i_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

と計算できる。行列 F は、やや煩雑になるが、以下のよう計算される。

まず、対角行列 E を

$$E = \begin{pmatrix} \exp(\lambda_1 z_0) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \exp(\lambda_N z_0) \end{pmatrix}$$

と定義する。また、固有ベクトルも正方向・負方向に分割し、

$$V = \begin{pmatrix} V_+ \\ V_- \end{pmatrix}$$

$$D_+ = V_+ E$$

とし、

$$F = \begin{pmatrix} V_+ \\ V_- E \end{pmatrix}$$

と求める。 F の逆行列 F^{-1} も正方向・負方向に分割し

$$F^{-1} = \begin{pmatrix} F_+^{-1} \\ F_-^{-1} \end{pmatrix}$$

とおけば、反射・透過行列は

$$R = X_- F_+^{-1} \quad (8)$$

$$T = V_+ E F_-^{-1}$$

と計算できる

3. 多層系への拡張

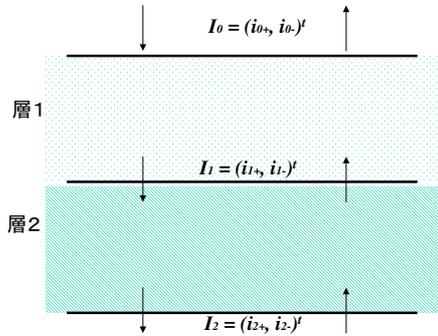


図 2 層状散乱媒質の連結

絵の具を重ね塗りするような場合には、複数の層を連結した散乱系を扱う必要がある。図 2 に示すように、2 つの層を連結した系を考える。層 j の反射・透過行列を R_j, T_j とする。前節にならひ、各境界における強度を正方向、負方向に分けて、 $I_j = (i_{j+}, i_{j-})^t$ と置くと、各層での散乱は $N \times N$ 行列 A_j を用いて、

$$I_j = A_j I_{j-1}$$

と表すことができる。したがって、連結した系の散乱特性は、各系の A 行列の積、

$$I_2 = (A_2 A_1) I_0$$

で求められることになる。すなわち、 A_j と R_j, T_j が、相互に変換できれば、連結の計算ができる。この変換は以下のように求められる。まず、

$$\begin{pmatrix} i_{(j+1)+} \\ i_{j-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11}^{(j)} & R_{12}^{(j)} \\ R_{21}^{(j)} & R_{22}^{(j)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{(j)+} \\ i_{(j+1)-} \end{pmatrix} \quad (9)$$

とおく。ここで、

$$R_{11}^{(i)} = R_{22}^{(i)} = T_i$$

$$R_{21}^{(i)} = R_{12}^{(i)} = R_i$$

である。これを変形し、 $i_{(j+1)\pm}$ を $i_{j\pm}$ で表し、係数を見比べることで

$$A_{11} = R_{11} - R_{12} R_{22}^{-1} R_{21} \quad (10)$$

$$A_{12} = R_{12} R_{22}^{-1}$$

$$A_{21} = -R_{12}^{-1} R_{21}$$

$$A_{22} = R_{22}^{-1}$$

を得る（肩の添え字は省略）。同様に、

$$R_{11} = A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21} \quad (11)$$

$$R_{12} = A_{12} A_{22}^{-1}$$

$$R_{21} = -A_{22}^{-1} A_{21}$$

$$R_{22} = A_{22}^{-1}$$

となる。結局、連結系の反射率、透過率 $R^{(12)}$ は

$$R_{11}^{(12)} = R_{11}^{(2)} (R_{11}^{(1)} + R_{12}^{(2)} (1 - R_{21}^{(2)})^{-1} R_{21}^{(2)} R_{11}^{(1)}) \quad (12)$$

$$R_{12}^{(12)} = R_{12}^{(2)} R_{11}^{(2)} R_{12}^{(1)} (1 - R_{21}^{(2)} R_{12}^{(1)})^{-1}$$

$$R_{21}^{(12)} = R_{21}^{(1)} + R_{22}^{(1)} (1 - R_{21}^{(2)} R_{12}^{(1)})^{-1} R_{21}^{(2)} R_{11}^{(1)}$$

$$R_{22}^{(12)} = R_{22}^{(1)} (1 - R_{21}^{(2)} R_{12}^{(1)})^{-1} R_{22}^{(2)}$$

となる。反射・透過によりエネルギーは減少するので、その固有値の絶対値は 1 より小さい。したがって、

$$(1 - R_{ij})^{-1} = 1 + R_{ij} + R_{ij}^2 + \dots$$

などと展開することができる。連結公式をこのように展開すると、例えば、

$$R_{22}^{(12)} = R_{22}^{(1)} (1 - R_{21}^{(2)} R_{12}^{(1)})^{-1} R_{22}^{(2)}$$

$$= R_{22}^{(1)} (1 + R_{rr} + R_{rr}^2 + \dots) R_{22}^{(2)} \quad (13)$$

$$R_{rr} = R_{21}^{(2)} R_{12}^{(1)}$$

とできる。このうち第 1 項は層 2 - 層 1 を直接通過する強度、第 2 項は層 2 - 層 1 - 層 2 - 層 1 と 1 往復した後に通過する強度、などと解釈することができる。透過率、反射率が小さい場合には、上位少数の項でよい近似ができる。さらに、行列が疎であれば、処理の高速化が可能である。

塗料の表面でフレネル反射や屈折が起こる場合や、下地が不透明であり境界面で表面反射を起こすような場合は、それぞれの反射・透過行列を求め、連結させることで、全体の散乱を求めることができる。

不透明物体では、透過行列は 0 であり、反射行列は、BRDF を離散化したものになる。屈折やフレネル反射の

場合は、入射方向 s_i に対して、反射・屈折方向 s_{ref} 及び反射・屈折率 f_r をスネル則やフレネル公式から求め、

$$f_r \delta(s - s_{ref}(s_i))$$

を離散化することで、反射・透過行列を求める。ただし、 $\delta()$ はデルタ関数を表している。

4. 反射・透過特性の計算例

4.1 計算手順

これまで述べてきた反射・透過行列の計算手順をまとめると以下ようになる。

1. 行列 P, K の設定
2. 固有値解析により X, X^{-1} を計算
3. 逆行列計算により行列 F^{-1} を求める
4. 反射・透過行列 R_{ij} を求める (式 (8))
5. 複数層の場合は連結の計算 (式 (12))

4.2 散乱特性・厚さによる変化

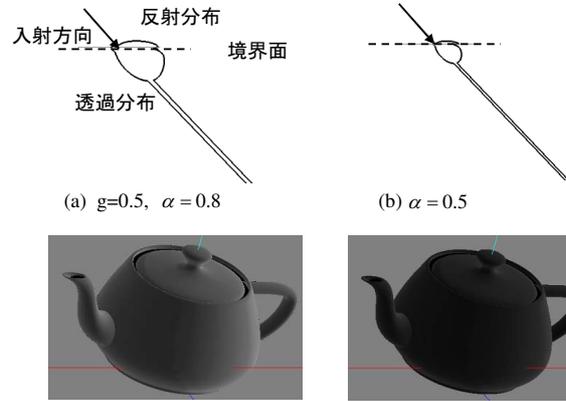
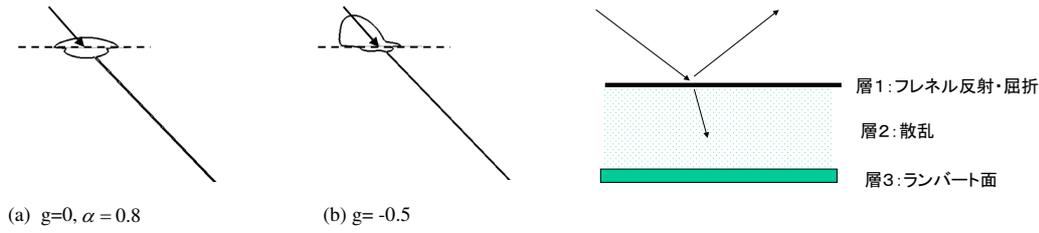


図 3 アルベドによる反射・透過分布の変化

反射・透過分布は、アルベド $\alpha(\sigma_s/\sigma_t)$ や位相関数、媒質の厚さ、などにより変化する。アルベドを変化させた場合の反射・透過分布を図 3 上部に示す。ただし、本節では表示の見易さを考え、反射・透過分布を 2 次元の例で示している。図において、点線で示す境界面より上側が反射分布、下側が透過分布を表している。媒質の厚さは平均自由行程 $(1/\sigma_t)$ の 0.5 倍である。さらに図の下部に、対応するシェーディング画像例を示す。図のように、アルベドが減少すると相対的に吸収が大きくなるため、反射、透過の強度が減少する。しかし、分布の形自体には大きな変化はみられない。方向の離散化数は 334 方向であり、処理時間は 2 秒前後 (Athlon64 2GHz) であった。



(a) $g=0, \alpha=0.8$

(b) $g=-0.5$

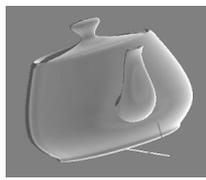
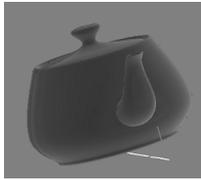
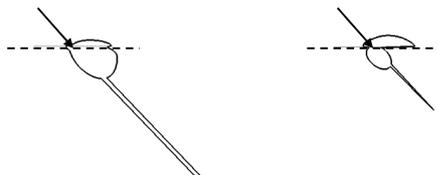


図 6 3層からなる連結系の例

の層の反射・透過光分布を図 7 (a)-(c) に示す。ただし、水平線の上側に反射分布を、下側に透過分布を示している。また、3層を連結した場合の反射分布を (d) 図に示すとともに、生成画像例を図 8 に示す。

図 4 位相関数による反射・透過分布の変化

一方、位相関数を変化した場合には、分布形状が大きく変化する。位相関数を Henyey-Greenstein の式 (2) で定義し、平均方向余弦 g を変化させた場合の反射・透過分布を図 4 に示す。図のように、後方散乱 ($g < 0$) の場合は、入射方向への反射が強くなるのが分かる。



(a) $d=0.5/\sigma, \alpha=0.8, g=0.5$ (b) $d=3/\sigma$

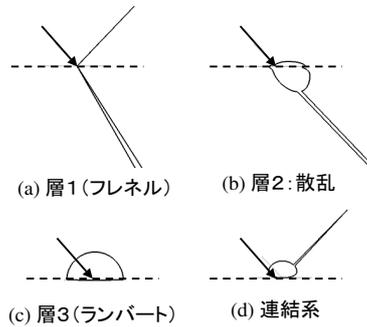


図 7 連結系の計算例

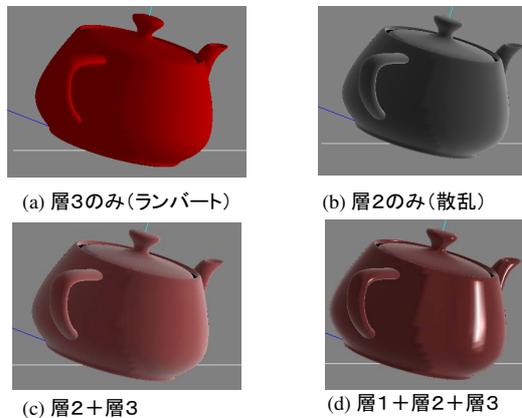
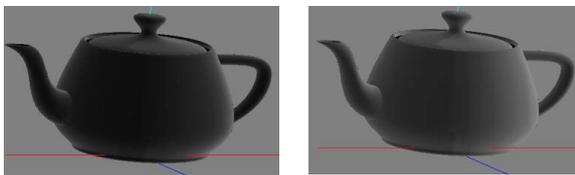


図 5 厚さによる反射・透過分布の変化

次いで、媒質の厚さを変化させた場合の反射・透過分布を図 5 に示す。図のように、厚みが増すと透過率が減少し、反射率が増加することが分かる。

4.3 連結

図 6 に示すように、屈折率 1.3, $\sigma_a = 0.1, \sigma_s = 0.4$ の散乱物質を $z_0 = 1/(2\sigma_t)$ の厚さで反射率 0.8 のランバート面に塗りつける場合を考える。この系は、散乱物質表面での反射・屈折 (層 1)、散乱物質内での散乱 (層 2)、ランバート面での反射 (層 3) の 3 層から構成される。上方 45 度方向から平行光を入射した場合の、それぞれ

図 8 連結系の生成画像例

層 1 および層 2 からなる系を考え、展開式 (13) の 0 次近似、

$$(1 - R_{rr})^{-1} \simeq 1$$

を用いた場合の誤差を評価する。45 度入射の場合のフレ

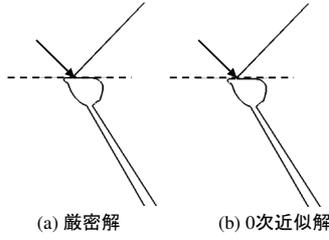


図9 2層連結系の近似解

ネル反射率は約 0.1 である。また、クベルカ・ムンクの反射公式 (式 (15)) を用いると、層2の反射率は 0.26 と見積もることができる。したがって、 $\|R_{rr}\| \sim 0.026$ と見積もることができるので、0次近似でも高い精度が維持できそうである。図 9-(a) に逆行列を用いた解 (厳密解とみなす)、(b) 図に0次近似解を示す。図のように、ほとんど差は認められない。実際、RMS 誤差を測定したところ、わずか 0.16% であった。誤差が見積もりより格段に小さい理由は、強度の大半が鏡面反射に集中しているためと推測できる。ちなみに、1次近似を行うと、RMS 誤差は 0.018% となる。

5. 補間処理

前章で見たように、反射・透過特性は媒質の厚さ、アルベドなどにより変化する。これらは、式 (8) などにより計算できるが、固有値の計算、逆行列の計算などに数秒を要する。例えば、絵の具でキャンパスを塗るような場合を考えると、場所ごとに絵の具の厚さやアルベドが変化する。このような場合、画素毎に反射特性を再計算するのは非現実的である。より実用的な対応として、反射・透過行列を事前計算してテーブル化しておき、レンダリング時にはテーブルを補間することが考えられる。本章では、反射・透過特性のアルベド・厚さに対する変化を分析し、有効な補間手法を提案するとともに、テーブルの作成の指針などを示す。

5.1 総反射率

まず、アルベドに対する反射特性の変化を大局的に見るため、反射行列の要素の和、

$$r_{total} = \sum_{i,j} |r_{ij}| / (N/2)^2 \quad (14)$$

の変化を求めた。 r_{total} は、全方向から均一な光を入射した際の全反射光強度を示すので、総反射率とよぶことにする。また、透過行列に関しても同様に総透過率を定義する。図 10(a) にアルベドに対する総反射率 r_{total} の変化を示す。図のように、特にアルベドが 1 に近い領域では、総反射率が急激に増大することが分かる。また、位相関数の平均方向余弦 g により、曲線が大きく変化し

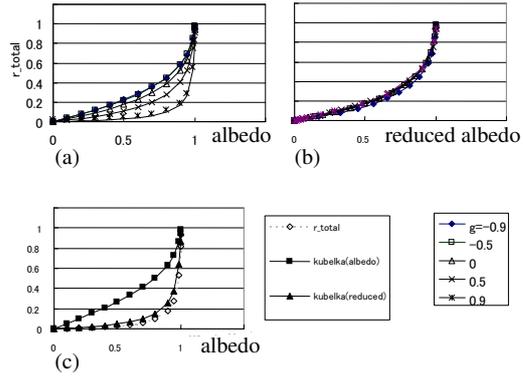


図10 アルベドによる総反射率の変化

ている。そこで、 g による変化を吸収するため、補正アルベド (reduced albedo) α' を導入する。

$$\sigma'_s = (1 - g)\sigma_s$$

$$\alpha' = \sigma'_s / (\sigma_a + \sigma'_s)$$

補正アルベドに対して再プロットした結果を 10(b) に示す。図のように、 g による変化は非常に小さい。したがって、補正アルベドは総反射率を統一的に表すパラメータであると言える。クベルカ・ムンクの2光束理論では、アルベド α に対する反射率は反射公式

$$r_k(\alpha) = \alpha^{-1} - \sqrt{\alpha^{-2} - 1} \quad (15)$$

と表される。この式にアルベドおよび補正アルベドを適用した結果と総反射率を比較した。 $g=0.9$ に関して図 10(c) に示す。図のように、補正アルベドを用いると反射公式による計算結果は総反射率とよく一致し、この式により総反射率を評価することが可能である。

5.2 アルベドに関する補間処理

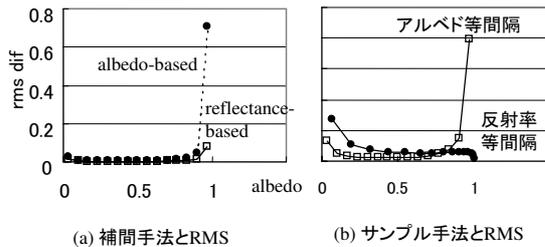


図11 補間誤差のアルベドによる変化

図 10 に見られるように、反射行列のアルベドに対する非線形性は強く、単純な線形補間では精度が低くなることが予想される。少ないサンプルで補間精度を確保するためには、補間手法とサンプルの選択を工夫する必要

がある。まず、最も単純な手法として、アルベドの最大・最小値 $\alpha_{min}, \alpha_{max}$ を n 等分し、サンプル値 α_i を

$$\alpha_i = i(\alpha_{max} - \alpha_{min}) / (n - 1)$$

とする。 $\alpha_j < \alpha < \alpha_{j+1}$ に対して、反射行列を

$$R^{(a)} = (1 - C_a)R(\alpha_i) + C_a R(\alpha_{i+1}) \quad (16)$$

$$C_a = (\alpha - \alpha_i) / (\alpha_{i+1} - \alpha_i) \quad (17)$$

と線形補間する。最も線形性の低かった $g = 0.9$ に関して $n = 16$ として、各区間での中間値において補間行列 $R^{(a)}$ および解析解 $R(\alpha)$ を求めた。媒質の厚みは無限度とした。反射行列の各要素の差に関して RMS (Root-mean-square)

$$E_a = \left(\sum_{i,j} |R_{ij}^{(a)} - R_{ij}|^2 / \sum |R_{ij}|^2 \right)^{1/2}$$

を求め、図 11(a) に破線で示す。図のように、特に高アルベド (0.975) における誤差が極めて大きい。

そこで、総反射率 r_{total} (式 (14)) は反射特性を表す指標であることを考慮し、これを用いた補間処理

$$R^{(r)} = (1 - C_r)R(\alpha_i) + C_r R(\alpha_{i+1}) \quad (18)$$

$$C_r = (r_{total}(\alpha) - r_{total}(\alpha_i)) / (r_{total}(\alpha_{i+1}) - r_{total}(\alpha_i)) \quad (19)$$

を検討する。この補間処理に関する RMS 誤差を図 11(a) に実線で示す。図のように誤差は大幅に減少し、有効性が認められた。

次いで、サンプル点を総反射率が等間隔になるように選んでみる。

$$r_{total}(\alpha_i) = i(r_{total}(\alpha_{max}) - r_{total}(\alpha_{min})) / (N - 1) \quad (20)$$

この結果に対する RMS 誤差 E_{rr} を図 11(b) に示す。図のように近似精度がさらに向上することが分かる。

以上まとめると、

- 総反射率を用いた補間処理
- 総反射率を基にしたサンプル点選択

が重要であることが判明した。

5.3 媒質の厚さに関する補間処理

アルベドと異なり媒質の厚さは無限長まで含むので、サンプル範囲を決める必要がある。解析解を表す式 (5) によれば、強度は固有値 λ_j の指数関数の和となっている。そこで、固有値の絶対値の最小値を λ_{min} として、その逆数の定数 c 倍

$$z_{max} = c / \lambda_{min} \quad (21)$$

を厚さの上限とし、減衰率 $\sigma_t = 1$ として総反射率および総透過率を算出した。 $c = 5$ とした場合について図 12 に

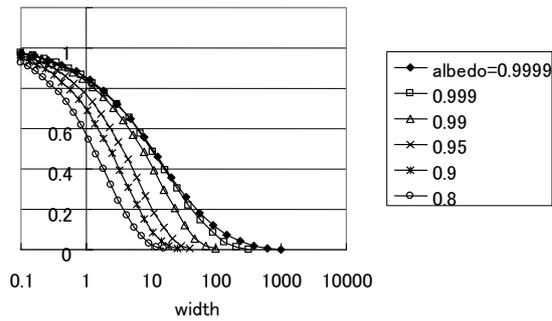


図 12 媒質の厚さによる総透過率の変化

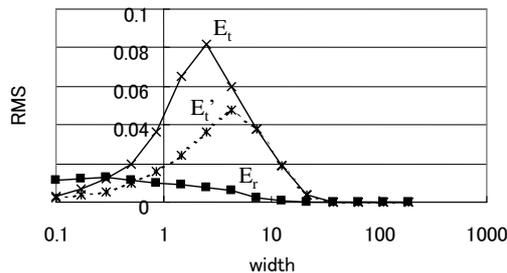


図 13 補間誤差の媒質の厚さによる変化

示す。図に示されるように、位相関数の平均余弦 g により、大きく変化するが、上限値 z_{max} では十分収束している。一方、平均自由行程 ($1/\sigma_t = 1.0$) は減衰の目安としてよく用いられるが、上限値を与える尺度としては不適切であることが分かる。

サンプル点 z_i は前節と同様に、総反射率・透過率を基に決めることもできるが、ここではより単純に対数的にとることを考える。

$$\log(z_i) = i(\log(z_{max}) - \log(z_{min})) / (n - 1) \quad (22)$$

ただし、 z_{min} は適当な最小値で、ここでは 0.1 としている。上記サンプルを用いて、各区間の中間地で、補間行列と解析解を算出し、RMS 誤差を測定した。ただし、補間には総反射率、総透過率を用いた補間処理 (19) を用いている。 $n = 16, g = 0.9$ に対する誤差 E_r, E_t を図 13 に実線で示す。

図のように、反射行列の誤差は小さいが、透過行列の誤差は $z = 1$ 付近で大きくなっている。この原因として考えられるのが直接光成分の影響である。直接光は入射光と同方向であり、減衰率 σ_t で減衰する。すなわち、影響は対角要素に限られ、

$$T_{jj}^{(dir)}(z) = \exp(-\sigma_t z / \cos\theta_j) \quad (23)$$

とできる。ただし、 θ_j は s_j と z 軸のなす角である。そこで、直接光成分は式 (23) で求め、それ以外の成分を補間で求めてみる。

$$T^{(t)}(z) = (1 - C)(T(z_i) - T^{(dir)}(z_i)) + C(T(z_i) - T^{(dir)}(z_i)) + T^{(dir)}(z) \quad (24)$$

この結果に対する RMS 誤差 E'_t を図 13 に破線で示す。図のように、誤差は改善され、有効性が認められた。

以上まとめると、

- 最小固有値を用いた上限値算出
- 直接光成分を除外した総反射率・透過率に基づく補間処理

が有効であることが判明した。

5.4 処理例

補間処理の実例を示すため、簡単な画像生成を行った。対象形状は正方形であり、 128×128 の頂点、32K の三角形から構成される。厚さ・アルベドを空間的に変化させ、厚さ・アルベドに関するテーブルを補間することにより反射率を求め、画像を表示する。各テーブルのサンプル数は 16 であり、方向の離散化数は 334 方向とした。また、位相関数には Henyey-Greenstein の式 (2) を用い、平均方向余弦 $g = 0$ とした。

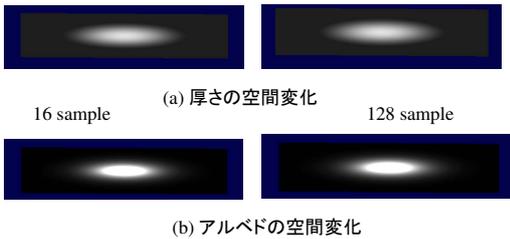


図 14 補間処理による画像生成例

図 14 に生成画像例を示す。(a) 図では厚さを、(b) 図ではアルベドをガウス関数状に変化させている。実装は CPU 上で行い、頂点毎に輝度を求め、ゲーローシェーディングを施している。処理時間は両図とも 1 フレームあたり 0.04 秒であった。各図の左側に 16 サンプルのテーブルを用いて生成した画像を示す。また、参照のため、右側に十分大きなサンプル数 (128) のテーブルを用いた画像を示す。両者に差分は殆ど見られず、16 サンプルで十分精度の高い補間がなされていることが確認できる。

テーブル作成の処理時間は、(a) 図の厚さに関するテーブルでは 7.0 秒、(b) 図のアルベドに関するテーブルでは 24 秒であった。双方ともサンプル数は 16 である。こ

の違いは、アルベドが変化すると固有値も変化するので固有値解析の再計算が必要であるのに対して、厚さが増減しても固有値の再計算が不要であることに起因している。アルベド・厚さの両方に関するテーブルを作成するには、各々 16 サンプル取るとすれば、 7.0×16 で 2 分程度の処理が必要となる。ただし、予めテーブルを計算してファイルにセーブすることによりデータベース化して置けば、実行時には読み込むだけで再計算は不要とできる。

6. む す び

本研究では、plane-parallel 理論を用いて、多層膜からなる散乱物質の BRDF/BTDF の算出法および近似法を導入した。これにより、表面に埃が付着した物体や重ね着などの画像生成が可能となる。この処理は行列の固有値分解および逆行列の計算を含み、前処理として計算される。

散乱媒質の厚さやアルベドが空間的に変化する場合には、前計算で作成したテーブルをレンダリング時に補間することが必要である。そこで、反射・透過特性の変化を分析したところアルベド値・厚さに関する非線形性が高く、単純に線形補間するだけでは精度が得られないことが判明した。そこで、総反射率・総透過率 (BRDF/BTDF の積分値) を導入し、これらを基に線形補間を行ったところ、大幅な精度向上が認められた。また、サンプルの選択方法や直接光成分の対処方法も提案し、有効性を示した。

今後の課題としては、双極子モデルや ray-marching 法など、より大域的なレンダリング手法への応用や非写実的画像生成への適用などがあげられる。厚さやアルベドの空間変化が平均自由行程と比べて穏やかな場合には plane-parallel 近似が有効であるという報告もあるが⁸⁾、どの程度の変化にまで適用が可能か、実証的に検討を進めて行きたい。

参考文献

- 1) Jensen, H. W. and Marschner, S. R. and Levoy, M. and Hanrahan, P., A practical model for subsurface light transport, SIGGRAPH 2001, pp.511-518, 2001.
- 2) Donner, C. and Jensen, H. W., Light diffusion in multi-layered translucent materials, ACM Transactions on Graphics, vol. 24, No. 3, pp.1032-1039, 2005.
- 3) Tong, X. and Wang, J. and Lin, S. and Guo, B. and Shum, H.-Y., Modeling and rendering of quasi-homogeneous materials, ACM Transactions on Graphics, vol. 24, No.3, pp.1054-1061, 2005.
- 4) Hanrahan, P. and Krueger, W., Reflection from layered surfaces due to subsurface scattering, SIGGRAPH93, pp.165-174, 1993.
- 5) A. Ishimaru, Wave propagation and scattering in ran-

- dom media, volume 1, Academic Press, New York, 1978.
- 6) J. Stam, An illumination model for a skin layer bounded by rough surfaces, Proceedings of the 12th Eurographics Workshop on Rendering, pp.39-52, 2001.
- 7) L. Wang, W. Wang and, J. Dorsey, X. Yang, B. Guo, H-Y. Shum, Real-time rendering of plant leaves, ACM Transactions on Graphics, vol. 24, No.3, pp.712-719, 2005.
- 8) M. Shinya, M. Shiraishi, Y. Dobashi, K. Iwasaki, T. Nishita, Rendering Translucent Materials with Plane-parallel Solution, the Journal of Information Processing, to appear.

(2008 年 12 月 15 日受付)
(2009 年 4 月 14 日再受付)

新谷 幹夫 (正会員)



1979 年, 早稲田大学理工学部応用物理学科卒。81 年, 同大学理工学研究科物理及び応用物理学専攻修士課程了。同年, 日本電信電話公社武蔵野電気通信研究所入所。視覚系の心理物理学的研究, 文字認識の研究, コンピュータグラフィックスの研究などに従事。89 年, トロント大学客員研究員。95-97 年, NTT ヒューマンインタフェース研究所カリフォルニア分室勤務。2001 年, 東邦大学理学部情報科学科教授, 工学博士。シミュレーション外科学会, 画像電子学会, 電子情報通信学会, 情報処理学会, ACM 会員。

レーシオン外科学会, 画像電子学会, 電子情報通信学会, 情報処理学会, ACM 会員。

白石 路雄 (正会員)



1974 年生まれ。2003 年東京大学大学院総合文化研究科博士課程修了。博士(学術)。2005 年より東邦大学理学部情報科学科専任講師。専門はコンピュータグラフィックス。

土橋 宜典



1969 年生。1992 年広島大学工学部卒業。1994 年同大学大学院工学研究科博士課程前期修了。1997 年同博士課程後期修了。同年広島市立大学情報科学部助手。2000 年, 北海道大学大学院工学研究科助教授。2004 年, 同大学大学院情報科学研究科助教授。2007 年, 同准教授。主として, コンピュータグラフィックスに関する研究に従事。博士(工学)

岩崎 慶



1999 年, 東京大学理学部情報科学科卒。2004 年, 東京大学新領域創成科学研究科複雑理工学専攻修了。科学博士。同年, 和歌山大学システム工学部助手。2007 年, 和歌山大学システム工学部講師。主としてコンピュータグラフィックスの研究に従事。

西田 友是 (正会員)



1971 年, 広島大学工学部卒業。1973 年, 同大学大学院工学研究科修了。同年, マツダ(株)に入社。1979 年, 福山大学工学部講師。1984 年, 同助教授。1990 年, 同教授。1998 年, 東京大学理学部教授。1999 年, 同大学大学院新領域創成科学研究科教授となり, 現在に至る。2005 年, ACM SIGGRAPH より Steven A. Coons 賞を受賞。コンピュータグラフィックスの研究に従事。工学博士。情報処理学会, 電子情報通信学会, 画像電子学会, ACM, IEEE 各会員。2008 年から本学会次期会長。

学会, 画像電子学会, ACM, IEEE 各会員。2008 年から本学会次期会長。